

基礎電磁気学：レポート問題 III

×切：1月31日(木) 17時、理学部1号館5F 1519室(レポート入れを作ります)

×切後に、略解を私のホームページにアップしますので、×切後の提出は一切認めません。

[II-1] アンペールの法則、磁場に対するガウスの法則について簡単に説明せよ

[II-2] z 方向に無限に長い半径 a の円柱の側面に一様に z 方向に電流 I が流れている。アンペールの法則により円柱の内外の磁場を求めよ。円柱座標 (ρ, θ, z) を用いよ。

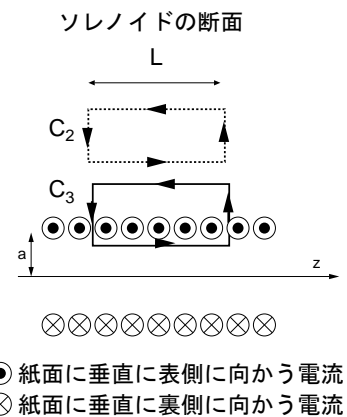
[II-3] 半径 a の円筒に電線を巻いて単位長さあたり n 巻のコイルを作った。ただし、電線は十分に密に巻いてあるので、電流分布は一様と見なしてよいものとする(このようなコイルをソレノイドと呼ぶ)。また、その長さはコイルの半径に比べて十分長いものとする。このコイルに電流 I を流すとき、ソレノイドの内部に生じる磁場を求めたい。ソレノイドの長さの方向を z 軸に取る。 z 方向に平行移動しても、 z 軸を中心として回転しても電流分布は変化しないので、一般に磁場は $\mathbf{H} = H_\rho(\rho)\hat{\rho} + H_\theta(\rho)\hat{\theta} + H_z(\rho)\hat{z}$ と書ける。このとき、

(a) 磁場に対するガウスの法則を考慮し $H_\rho(\rho) = 0$ を示せ。

(b) z 軸を中心とする半径 ρ の円 C_1 にアンペールの法則を適用して $H_\theta(\rho) = 0$ を示せ。

(c) 図の点線に示す閉曲線 C_2 にアンペールの法則を適用し、ソレノイドの外では磁場は0であることを示せ。なお、無限遠では磁場は0とする。

(d) 図の実線に示すような閉曲線 C_3 にアンペールの法則を適用し、ソレノイドの内の磁場 H を求めよ。



[II-4] 太さを無視できる長い3本の導線 A,B,C が, xy 面上で等間隔 d で y 軸に沿って置かれている。3本の導線にそれぞれ電流 I_A, I_B, I_C を y 軸の正の向きに流した。

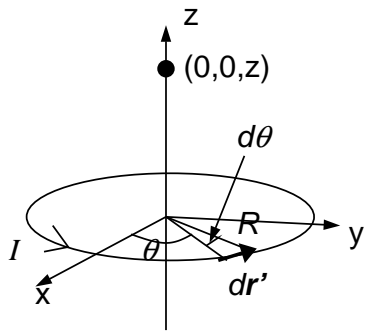
(a) 各導線が単位長さあたり受ける力 F_A, F_B, F_C を成分表示で求めよ。

(b) B の受ける力 F_B, C の受ける力 F_C が共に0になるとき、 I_B, I_C を I_A を用いて表せ。

[II-5] 原点を中心とする xy 面内の半径 R の円周上を流れる、 z 軸方向からみて反時計回りの強さ I の円電流による z 軸上の点 $P(0, 0, z)$ での磁束密度 B をビオ・サバルの法則により次のようにして求めよ。

(a) 回路上の点を $\mathbf{r}' = (R \cos \theta, R \sin \theta, 0)(0 \leq \theta < 2\pi)$ と表し、この点の近傍の回路の微小部分を表す微小ベクトル $d\mathbf{r}'$ の成分を θ の微小変化 $d\theta$ を使って表せ。

(b) 対称性から、最終的に得られる磁束密度は z 方向を向いているはずである。そこで、上で求めた微小部分 dr' を流れる電流が点 P に作る微小磁束密度 dB の z 成分 dB_z を、ビオ・サバルの法則により求めよ。



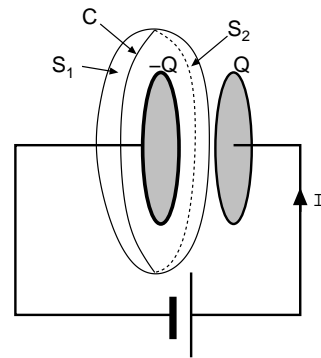
(c) dB_z を回路全体 ($0 \leq \theta < 2\pi$) にわたって積分することにより、円周上を流れる電流が点 P に作る磁束密度 $B(0,0,z)$ を求めよ。

[II-6] z 方向に一様な時間的に変動する磁束密度 $B(t) = B_0 \cos(\omega t)\hat{z}$ の磁場があるとき、その中に一辺 a の正方形回路を xy 平面内におく。このとき回路に生じる起電力を求めよ。また、時間的に変動しない磁束密度 $B = B_0\hat{z}$ の磁場を用いて同じ起電力を得ようとするときはどのようにすればよいか。

[II-7] 図に示すようにコンデンサーに一定の電流 I を流し込み、帯電させつつあるときその回りにできる磁場 H を考える。電流を一回りする閉曲線 C にアンペール・マックスウェルの法則を適用すると、

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r} = \int_S (\mathbf{j} + \mathbf{j}_D) \cdot \mathbf{n} dS$$

となる。 j は電流密度、 j_D は変位電流密度、 n は C によって囲まれる曲面 S の単位法線ベクトルである。このとき、右辺の S はその境界が C でありさえすれば任意の曲面にとってかまわない。ただし、コンデンサーは平行平板コンデンサーとし、電場は極板間にのみ生じるものとする。必要なら極板に垂直方向に z 軸をとって計算せよ。



(a) S を導線が貫いているように取ったとき、(図の S_1) 右辺はいくらか。

(b) $+Q$ の電荷を持つ極板から出た電気力線がすべて $-Q$ の電荷を持つ極板に吸い込まれるとして、極板間の電束密度 D を求めよ。なお電束密度は極板間の空間ではどこでも一定としてよい。

(c) S を極板間を通るようにとるとき (図の S_2) S_2 を貫く変位電流を求め、右辺を計算し、結果が (a) と同じになることを示せ。