

基礎電磁気学：レポート問題 I

※切：11月27日(火)(講義の進捗のため配布した問題に書いてある日より1週間延ばしました)の講義開始時(できる問題をすべて解答すること)

成績評価のためと言うより、具体的な問題を解いて理解を深めるための練習問題です。解答の丸写しは論外ですが、複数で協力して問題を解くことは奨励します。理解度の高い者を中心に教え合って全体のレベルアップを目指してください。必要な次の値を利用せよ：素電荷 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ (陽子の電荷、電子の電荷は $-e$)、 $1/(4\pi\epsilon_0) = 9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2\text{C}^{-2}$ 、陽子質量 $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{kg}$ 、電子質量 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$ 、地表での重力加速度 $g = 9.8 \text{m/s}^2$

[I-1] 人体には、陽子と同じ数の電子が存在して、通常は人体の全電荷は0に保たれている。原子核中には陽子の他に中性子があるがその電荷は0であり、その質量は陽子の質量とほぼ等しい。陽子と中性子をまとめて核子と呼ぶ。

- (a) 人体にある核子の総数はおよそどの程度か見積もれ。
- (b) 人体の全電子の0.0001%が何らかの理由で失われたとする。このような状態にある人間2名が1 m離れて立っているときに、その間に働く静電気力はおよそどの程度か。また、この値をこの人間が地球から受ける重力と比較せよ。ただし、人体にある陽子の数は核子の総数の半分程度とする。

[I-2] (a) 一般に、 N 個の点 r_i ($i = 1, \dots, N$) にそれぞれ点電荷 Q_i ($i = 1, \dots, N$) があるとき、位置 r における電場 $E(r)$ をベクトルを用いた式で書き下せ。特に、以下では $(0, a, 0)$ に Q の点電荷 A、 $(0, -a, 0)$ に Q の点電荷 B が存在する場合を考える。

- (b) 点電荷 A が点 $P(x, y, z)$ に作る電場 $E_A(x, y, z)$ 、点電荷 B が点 $P(x, y, z)$ に作る電場 $E_B(x, y, z)$ を成分表示で求めよ。
- (c) 点 $P(x, y, z)$ での電場は $E_A(x, y, z)$ と $E_B(x, y, z)$ のベクトルとしての和 $E(x, y, z) = E_A(x, y, z) + E_B(x, y, z)$ で与えられる。 $E(x, y, z)$ を成分表示で求めよ。

- (d) 点 $(0, 2a, 0)$ 、 $(0, -2a, 0)$ 、 $(a, 0, 0)$ 、 $(-a, 0, 0)$ 、 $(0, 0, 0)$ での電場ベクトルを成分表示で計算し、そのおおよその向きと大きさを xy 面内のそれぞれの点に矢印で図示せよ。ただし $Q > 0$ とする。
- (e) 前問の結果を目安として、電場のおおよその様子を、電気力線を用いて図示せよ。

[I-3] xy 面内の原点を中心とする半径 a の円周上に、全電荷 Q の電荷が一様に分布している。このとき以下の問に答えよ。

- (a) この電荷分布が z 軸上に作る電場 E の向きはどうなると予想できるか。具体的な計算をせずに理由を述べて説明せよ。
- (b) 円周上における線電荷密度 λ を求めよ。
- (c) 円周上の点を $(a \cos \varphi, a \sin \varphi, 0)$ 、 $(0 \leq \varphi < 2\pi)$ と表すとき、微小区間 $[\varphi, \varphi + d\varphi]$ に対応する円周の微小部分の長さ ds を求め、この微小部分の持つ電荷を求めよ。
- (d) 前問の微小部分 ds にある電荷が z 軸上の点 P $(0, 0, z)$ に作る電場 dE を求めよ。
- (e) この電荷分布が点 P に作る電場 E を求めよ。また、(a) で予想した向きになっていることを確認せよ。

[I-4] 一様な z 方向の電場 $E = (0, 0, E_0)$ がある。このとき、以下の問に答えよ。

- (a) xy 面内の原点を中心とする半径 a の円を z 軸の負の側から正の側へ貫く電束 Ψ_0 を求めよ。
- (b) 前問の円を xy 面に対し x 軸を軸として角度 θ 傾ける。このときこの円の単位法線ベクトルを求めよ。ただし、傾ける前に z 軸の正の向きを向いていた方向を正とする。
- (c) 前問のように傾けた円を貫く電束 Ψ_θ を求めよ。

[I-5] 電場 $E(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{a} \mathbf{r}$ (E_0 と a は定数) があるとき

- (a) 積分型のガウスの法則を利用して、原点を中心とする半径 R の球の内部の電荷 Q を求めよ。
- (b) 微分型のガウスの法則を用いて、任意の点 r における電荷密度 $\rho(r)$ を求めよ。また、この結果が (a) とつじつまが合っていることを確かめよ。