

基礎物理学 I: 演習問題 III

- 質量 4[kg] の物体が速度 $v=(50[\text{m/s}], 10[\text{m/s}], 40[\text{m/s}])$ で運動しているときに爆発して質量 1[kg], 3[kg] の 2 つの破片 A,B に分かれて飛び散った。
 - A の速度が $(20[\text{m/s}], 10[\text{m/s}], 40[\text{m/s}])$ のとき B の速度を求めよ。
 - 爆発によって発生したエネルギーを求めよ。
- 機体の質量 (燃料をのぞく) M_0 の宇宙船が、機体に対し相対速度 $-U$ で燃料を後方に噴射しながら宇宙空間を直線運動をしている。単位時間に噴射する燃料の質量を α とする。時刻 $t = 0$ での速度を v_0 、燃料の質量を m_0 とするとき、時刻 t での速度 v を求めよ。また、燃料がなくなったときの速度 v_f を求めよ。
- 長さ 1[m] の質量の無視できる棒の一端に質量 0.2[kg] の質点 A、他端に質量 0.1[kg] の質点 B が付いている。棒は A から 0.6[m] の所で水平に支えられ、水平面の中で自由に摩擦なく回転できるものとする。このとき、次の問に答えよ。
 - 棒に垂直な方向から速度 10[m/s] で水平に飛んできた質量 0.1[kg] の質点 C が A に衝突し以後一体となって運動した。このとき棒の回転の角速度はいくらになったか。
 - 1) で衝突が完全弾性衝突 (全エネルギーが保存) であった場合、衝突後の A の速度と棒の回転の角速度はいくらになるか。
- なめらかで水平な平板上にある質量 0.1[kg] の質点に糸が結び付けられ、その糸の先は平板にあけられた穴から下にぶら下がっている。はじめ、糸はピンと張っており平板上にある部分の長さは 0.5[m] であり、質点は半径 0.5[m]、角速度 3.0[rad/s] で等速円運動をしているとする。
 - はじめの状態、質点の角運動量・運動エネルギーはいくらか。また、糸の張力はいくらか。
 - 糸をゆっくり引っ張って、水平部分の長さを 0.3[m] まで縮めた。このときの角速度は幾らになったか。
 - 質点の角運動量・運動エネルギーはいくらになったか。1) と比べて変化があれば変化を引き起こした原因、変化がなければその理由を述べよ。
- 位置 $r=(x, y, z)$ におけるポテンシャルが次の関数 $U(r)$ で与えられるとき、その点で質点に働く力 $F(r)$ を求めよ。ただし、 U_0, k, a は正の定数、 $r = |r|$ とする。

$$1)U(r) = U_0 \cos(kx) \cos(ky) \cos(kz), \quad 2)U(r) = \frac{k}{2}r^3, \quad 3)U(r) = -\frac{\exp(-kr)}{r},$$

$$4)U(r) = \begin{cases} -\frac{U_0 a^2}{r^2} & (r \geq a) \\ -U_0 & (r \leq a). \end{cases}$$